**1. Доказать следующие теоремы методами 1 - 5 и методом резолюций:**

**а) ╞ (A  B)  ((C  A)  (C  B))**

**G = (C -> A) -> (C -> B)**

**F = (A -> B);**

**F1 = (A -> B) -> ((C -> A) -> (C -> B))**

**F2 = (A -> B) ^ ~((C -> A) -> (C -> B))**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **A** | **B** | **C** | **F** | **G** | **F1** | **F2** |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

(A -> B) -> ((C -> A) -> (C -> B) = (A ^ ~B) v (C ^ ~A) v ~C v B =

(A ^ ~B) v B v (C ^ ~A) v ~C = ((A v B) ^ (~B v B)) v ((C v ~C) ^ (~A v ~C)) =

A v B v ~A v ~C = A v ~A v B v ~C = 1 v B v ~C = 1

~((A ^ ~B) v (C ^ ~A) v ~C v B) = (~A v B) ^ (~C v A) ^ C ^ ~B =

(~A v B) ^ ~B ^ (~C v A) ^ C = ((~A ^ ~B) v (B ^ ~B)) ^ ((~C ^ C) v (A ^ C)) =

~A ^ ~B ^ A ^ C = ~A ^ A ^ ~B ^ C = 0 ^ ~B ^ C = 0

**S = {~A v B; ~C v A; C; ~B}**

**C1:** ~A v B

**C2:** ~C v A

**C3:** C

**C4:** ~B

**C5(C1, C4):** ~A

**C6(C2, C5):** ~C

**C7(C3, C6):** []

**б) P  Q  R ├ P  (Q  R)**

**G = P -> (Q -> R)**

**F = P ^ Q -> R;**

**F1 = (P ^ Q -> R) -> (P -> (Q -> R));**

**F2 = (P ^ Q -> R) ^ ~(P -> (Q -> R));**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **P** | **Q** | **R** | **F** | **G** | **F1** | **F2** |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

( P ^ Q -> R ) -> ( P -> (Q -> R) ) = ( P ^ Q ^ ~R ) v ~P v ~Q v R =

( (P v ~P) ^ ((Q ^ ~R) v ~P) ) v ~Q v R = (Q ^ ~R) v ~P v ~Q v R =

(Q ^ ~R) v ~Q v ~P v R = ( (Q v ~Q) ^ (~R v ~Q) ) v ~P v R =

~R v ~Q v ~P v R = ~R v R v ~Q v ~P = 1 v ~Q v ~P = 1

~(( P ^ Q ^ ~R) v ~P v ~Q v R) = (~P v ~Q v R) ^ P ^ Q ^ ~R =

((~P ^ P) v ((~Q v R) ^ P) ) ^ Q ^ ~R = (~Q v R) ^ Q ^ P ^ ~R =

((~Q ^ Q) v (R ^ Q)) ^ P ^ ~R = R ^ Q ^ P ^ ~R = R ^ ~R ^ Q ^ P =

0 ^ Q ^ P = 0

**S = {~P v ~Q v R; P; Q; ~R}**

**C1:** ~P v ~Q v R

**C2:** P

**C3:** Q

**C4:** ~R

**C5(C1, C2):** ~Q v R

**C6(C3, C5):** R

**C7(C4, C6):** []

**2. Справедливы ли следующие рассуждения (перевести их на язык логики высказываний и доказать соответствующие теоремы методом резолюций):**

**а) Контракт будет выполнен тогда и только тогда, когда дом будет закончен в феврале. Если дом будет закончен в феврале, то нам необходимо вносить плату за март. Если контракт не будет выполнен, то мы не должны вносить квартирную плату за март. Мы не будем вносить квартирную плату за март. Значит, дом не будет закончен в феврале.**

Конт – контракт выполнен

Февр – дом закончен в феврале

Плата – плата за март

Конт <-> Февр = (Конт -> Февр) ^ (Февр -> Конт) = (~Конт V Февр) ^ (Конт V ~Февр)

**C1:** ~Конт V Февр

**C2:** Конт V ~Февр

**C3:** ~Февр V Плата

**C4:** Конт V ~Плата

**C5:** ~Плата

**C6:** Февр

**С7(С3,C5):** ~Февр

**С8(С6,C7):** []

**б) Работа некоторого автоматического устройства, имеющего механизмы p,q,r удовлетворяет следующим условиям. Механизмы p и r срабатывают вместе тогда и только тогда, когда срабатывает q. Если срабатывает p или q или оба вместе, то не срабатывает r. Можно ли отсюда сделать вывод, что если срабатывает механизм p, то не срабатывает r.**

P – cработает механизм P

q – cработает механизм q

R – cработает механизм R

P ^ R <-> Q = (~P V ~R V Q) ^ (P ^ R V ~Q) = (P V ~Q) ^ (R V ~Q) ^ (Q V ~P V ~R)

(P V Q) -> ~R = (~P V ~R) ^ (~Q V ~R)

~(P -> ~R) = P ^ R

**C1:** P V ~Q

**C2:** R V ~Q

**C3:** Q V ~P V ~R

**C4:** ~P V ~R

**C5:** ~Q V ~R

**C6:** P

**C7:** R

**C8(C4, C6):** ~R

**C9(C8, C7):** []